



بخش آموزش رسانه تفریحی سنتر

کلیک کنید  www.tafrihicenter.ir/edu

 نمونه سوال  گام به گام

 امتحان نهایی  جزوه

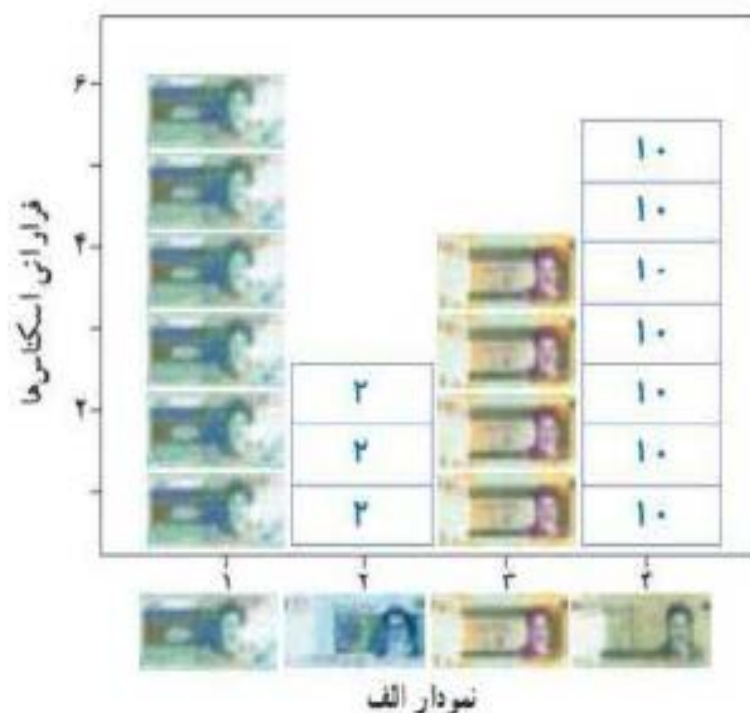
 دانلود آزمون های آزمایشی

متوسطه اول : هفتم ... هشتم ... نهم

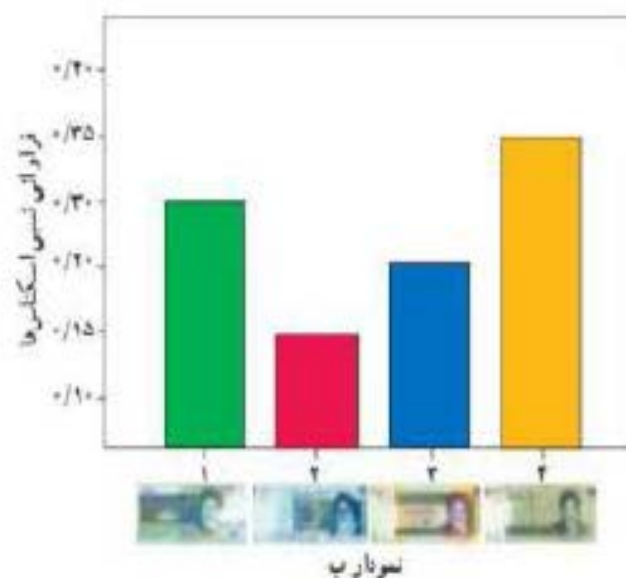
متوسطه دوم : دهم ... یازدهم ... دوازدهم

www.tafrihicenter.ir

تومانی روی هم قرار گرفته‌اند. شما هم اسکناس‌های ۲ هزار تومانی را به صورت **۲** و اسکناس‌های ۱۰ هزار تومانی را به صورت **۱۰** در نمودار قرار داده و آن را کامل کنید.



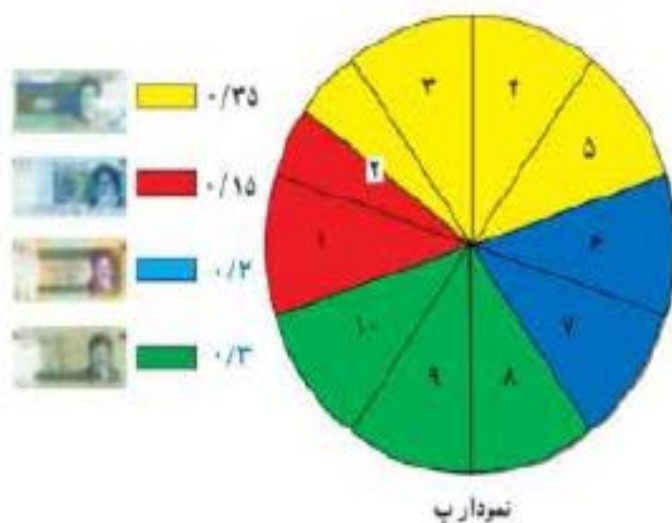
۲- در نمودار ب، نیز دو محور مختصات رسم می‌کنیم که محور عمودی نشان‌دهنده‌ی نسبت تکرار اسکناس به تعداد کل اسکناس‌ها یا فراوانی اسکناس‌ها و محور افقی نشان‌دهنده‌ی نوع اسکناس‌ها است. با رسم مستطیل‌هایی برای فراوانی نسبی اسکناس‌های ۱۰۰۰ و ۵ هزار تومانی نمودار شکل ب را کامل کنید.



۳- اگر راننده تاکسی بخواهد وضعیت تعداد اسکناس‌های خود را در یک هفته پیش‌بینی کند، کدام نمودار الف یا ب می‌تواند به او کمک کند؟ **هر دو نمودار مناسب است ولی نمودار ب بهتر است.**

۴- برای رسم نمودار دایره‌ای ابتدا دایره را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم که هر قسمت نشان‌دهنده‌ی ۱۰ درصد کل دایره است. سپس با استفاده از عدد مربوط به نسبت تکرار هر اسکناس به تعداد کل اسکناس‌ها یا فراوانی نسبی

مربوط به اسکناس ۱۰ هزار تومانی در ستون چهارم، قسمت اول دایره و نصف قسمت دوم دایره قرمز شده است که معادل ۱۵ درصد کل دایره است و به طور مشابه برای اسکناس ۲ هزار تومانی سه قسمت دایره به علاوه نصف قسمت دوم رنگ زرد می شود که معادل ۳۵ درصد کل دایره است. برای اسکناس های ۱۰۰۰ و ۵ هزار تومانی دایره را رنگ آبی و سبز کنید.

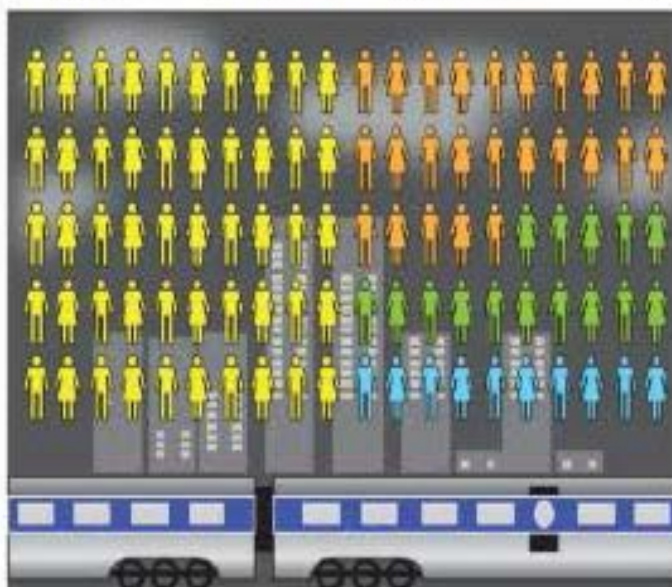


کار در کلاس صفحه ۷۶

در مورد اینکه مسافران یک قطار در طول سفر چگونه از وقت خود استفاده می کنند، تحقیقی صورت گرفته است و نتایج زیر به دست آمده است.

در شکل ت، مسافران یک قطار به عنوان متغیر گسسته را ملاحظه می کنید.

- افرادی که با رنگ زرد مشخص شده اند، مسافرانی اند که در قطار استراحت می کنند.
- افرادی که با رنگ نارنجی مشخص شده اند، مسافرانی اند که در قطار با تلفن همراه خود بازی می کنند.
- افرادی که با رنگ سبز مشخص شده اند، مسافرانی اند که در قطار مطالعه می کنند.
- افرادی که با رنگ آبی مشخص شده اند، مسافرانی اند که در قطار غذا می خورند.

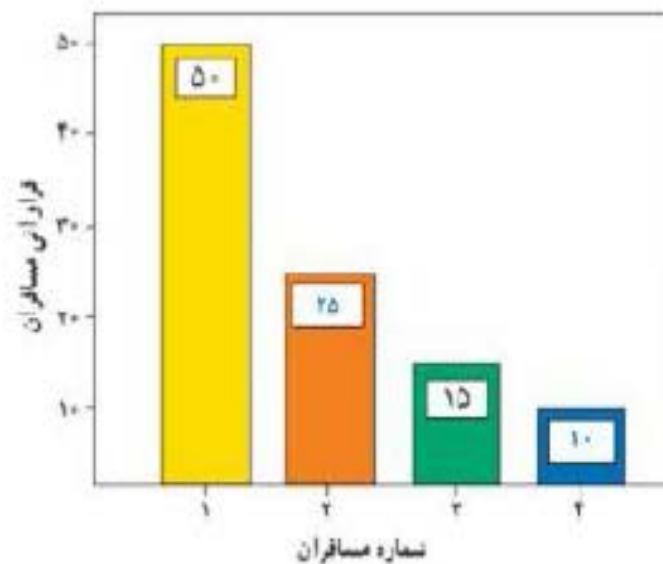


شکل ت

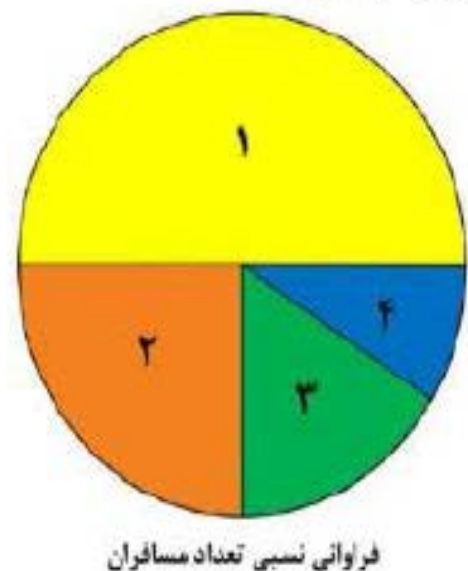
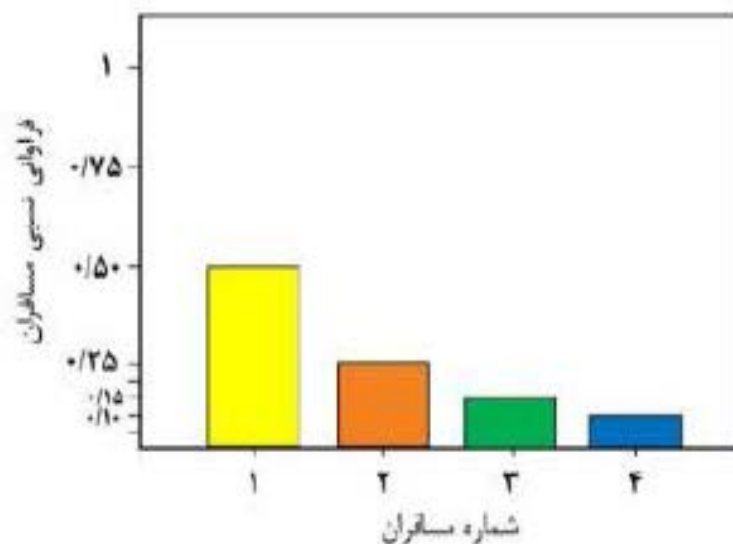
جدول فراوانی مربوط به فراوانی تعداد مسافران را کامل کنید.

مسافران قطار	شماره مسافران	فراوانی مسافران	فراوانی نسبی مسافران
مسافرانی که استراحت می کنند	۱	۵۰	۰/۵۰
مسافرانی که با تلفن همراه خود بازی می کنند	۲	۲۵	۰/۲۵
مسافرانی که مطالعه می کنند	۳	۱۵	۰/۱۵
مسافرانی که غذا می خورند	۴	۱۰	۰/۱۰
تعداد کل مسافران		۱۰۰	۱

همچنین نمودار میله‌ای مربوط به فراوانی تعداد مسافران را کامل کنید.



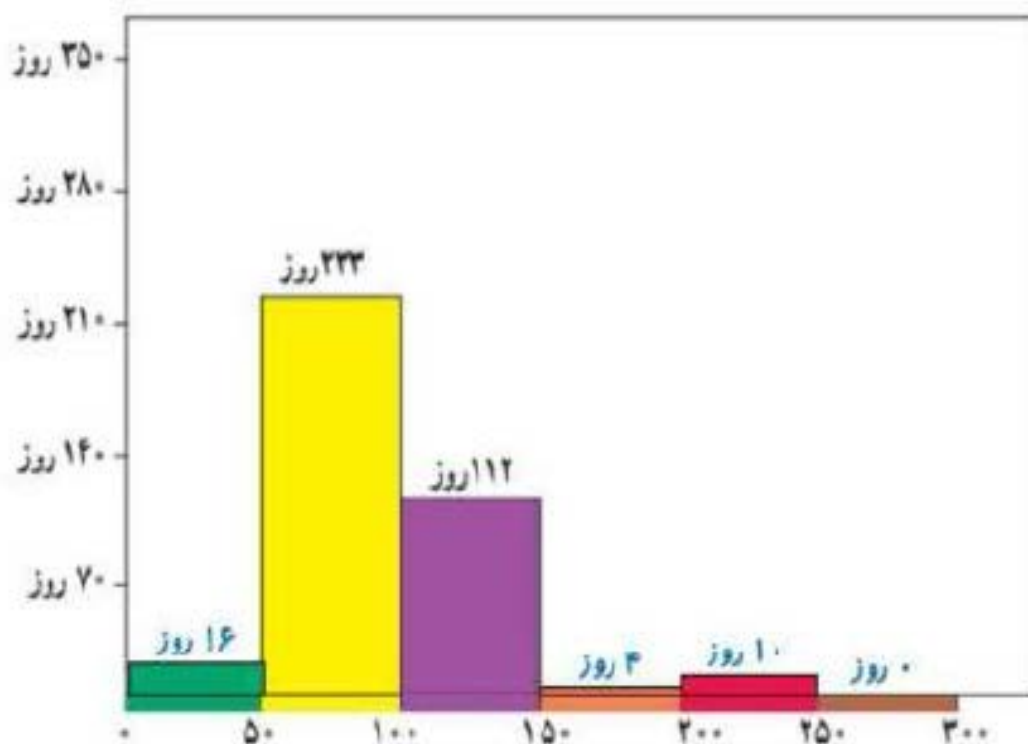
فراوانی نسبی تعداد مسافران را براساس جدول کامل شده رسم کنید. نمودار دایره‌ای مربوط به فراوانی نسبی تعداد مسافران را رسم کنید.



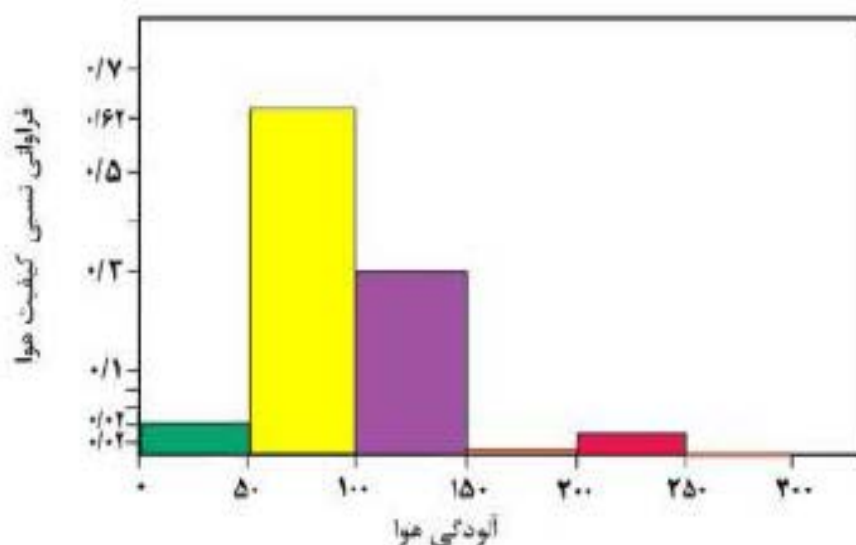
سال‌هاست با مسئله‌ی آلودگی هوا آشنا هستیم و این مسئله به یکی از دغدغه‌های مهم تبدیل شده است. اطلاعات و داده‌های مربوط به شاخص آلودگی هوا در سایت شرکت کنترل کیفیت هوا قابل دسترسی است. میزان شاخص کیفیت هوا در شهر تهران برای تمام روزهای سال ۱۳۹۳ در جدول زیر گزارش شده است. این جدول را کامل کنید:

وضعیت هوا	شاخص کیفیت هوا	فراوانی	فراوانی نسبی
پاک	$0 \leq AQI \leq 50$	۱۶	۰/۰۴
سالم	$50 < AQI \leq 100$	۲۳۳	۰/۶۲
ناسالم برای گروه‌های حساس	$100 < AQI \leq 150$	۱۱۲	۰/۳
ناسالم	$150 < AQI \leq 200$	۴	۰/۰۱
بسیار ناسالم	$200 < AQI \leq 250$	۱۰	۰/۰۳
خطرناک	$250 < AQI \leq 300$	۰	۰
تعداد کل روزهای یک سال		۳۶۵	۱

نمودار مربوط به فراوانی تعداد روزها براساس وضعیت آلودگی هوا را کامل کنید؟



- نمودار فراوانی نسبی تعداد روزها را براساس وضعیت آلودگی هوا رسم کنید.



- چند درصد از روزهای سال، هوا سالم بوده است؟

$$۰/۶۲ \times ۱۰۰ = ۶۲\%$$

- چند درصد روزهای سال، هوا ناسالم و بسیار ناسالم بوده است؟

$$(۰/۰۱ + ۰/۰۳) \times ۱۰۰ = ۴\%$$

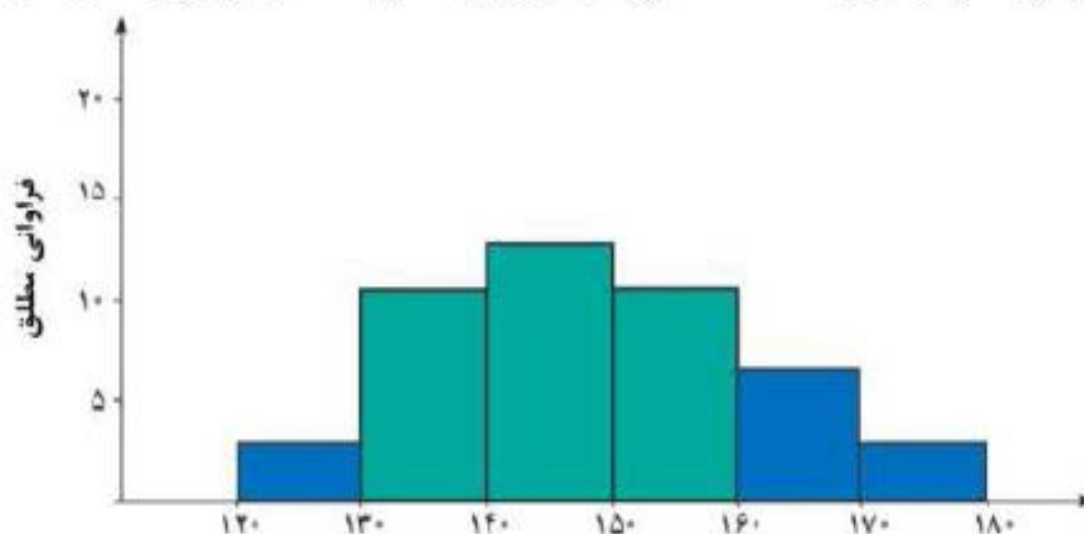
- کدام نمودار، در پاسخ دادن به سؤالات، ما را بهتر راهنمایی می کند؟ نمودار فراوانی نسبی

کار در کلاس صفحه ۸۰

جدول فراوانی زیر مربوط به قد (H) ۵۰ دانش آموز پایه یازدهم است. جاهای خالی جدول زیر را کامل کنید.

قد دانش آموزان	فراوانی	فراوانی نسبی
$۱۲۰ \leq H < ۱۳۰$	۳	۰/۰۶
$۱۳۰ \leq H < ۱۴۰$	۹۰	۰/۲۰
$۱۴۰ \leq H < ۱۵۰$	۱۳	۰/۳۲
$۱۵۰ \leq H < ۱۶۰$	۱۱	۰/۲۲
$۱۶۰ \leq H < ۱۷۰$	۹۰	۰/۲۰
$۱۷۰ \leq H < ۱۸۰$	۳	۰/۰۶
مجموع	۵۰	۱

براساس اعداد جدول، نمودارهای بافت نگاشت مربوط به فراوانی مطلق قد دانش‌آموزان را کامل کنید.



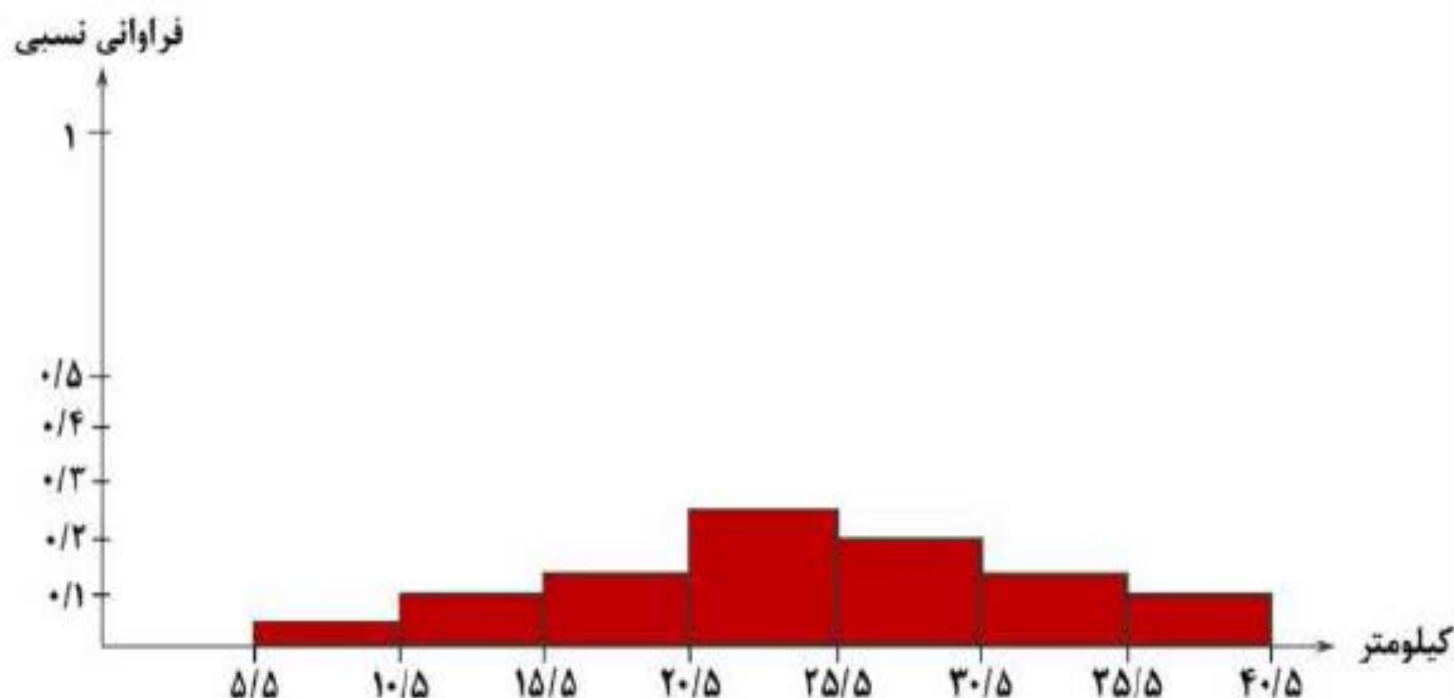
قد چند درصد از دانش‌آموزان بین ۱۶۰ تا ۱۷۰ سانتی‌متر است؟ ۲۰٪

همچنین قد چند درصد از دانش‌آموزان بین ۱۲۰ تا ۱۴۰ سانتی‌متر است؟

$$0.06 + 0.20 = 0.26\%$$

۱- داده‌های زیر، مسافتی را که ۲۰ راننده از مکان‌های مختلف برای رسیدن به مقصد A طی می‌کنند نشان می‌دهد. این داده‌ها، در جدول زیر گردآوری شده است. جدول را کامل کرده و نمودار بافت نگاشت مربوطه را رسم کنید.

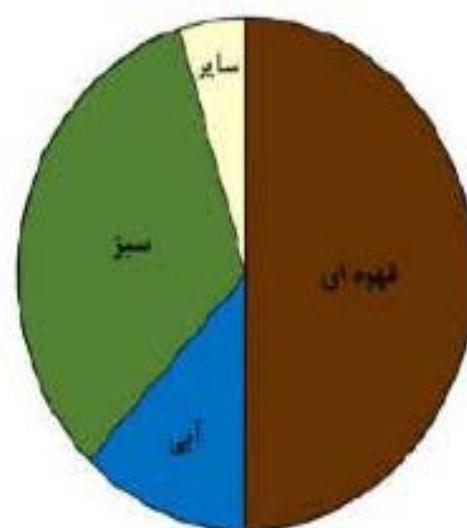
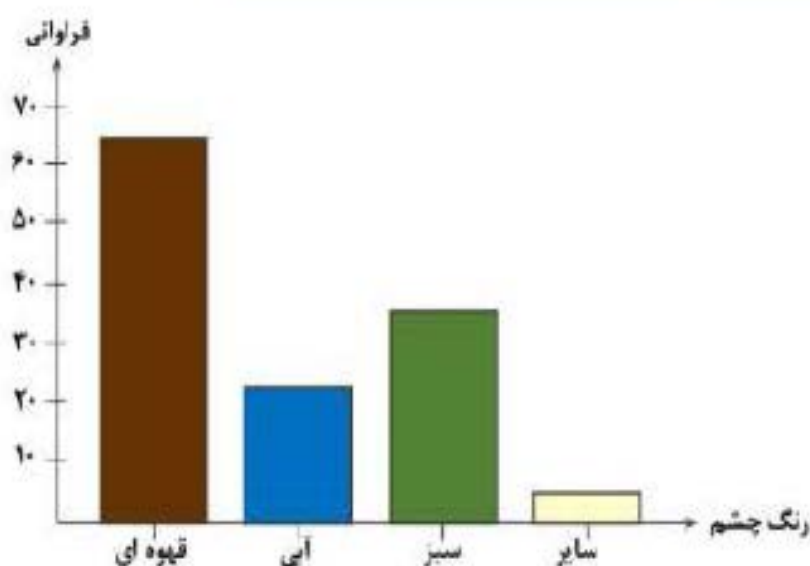
کیلومترهایی که توسط راننده طی شده است	فراوانی	فراوانی نسبی
از ۵/۵ کیلومتر تا ۱۰/۵ کیلومتر	۱	۰/۰۵
از ۱۰/۵ کیلومتر تا ۱۵/۵ کیلومتر	۲	۰/۱۰
از ۱۵/۵ کیلومتر تا ۲۰/۵ کیلومتر	۳	۰/۱۵
از ۲۰/۵ کیلومتر تا ۲۵/۵ کیلومتر	۵	۰/۲۵
از ۲۵/۵ کیلومتر تا ۳۰/۵ کیلومتر	۴	۰/۲۰
از ۳۰/۵ کیلومتر تا ۳۵/۵ کیلومتر	۳	۰/۱۵
از ۳۵/۵ کیلومتر تا ۴۰/۵ کیلومتر	۲	۰/۱۰
مجموع	۲۰	۱



۲- رنگ چشم ۱۲۸ فرد به شرح زیر است: ۶۴ نفر قهوه‌ای، ۲۳ نفر آبی، ۳۶ نفر سبز و ۵ نفر سایر رنگ‌هاست. چه نمودارهایی می‌توان برای این اعداد رسم کرد. آن نمودار را رسم کنید.

نمودار میله‌ای □ نمودار دایره‌ای □ هر دو ■

رنگ چشم افراد	فراوانی	فراوانی نسبی
قهوه‌ای	۶۴	$\frac{64}{128} \times 360 = 180$
آبی	۲۳	$\frac{23}{128} \times 360 = 64\frac{1}{2}$
سبز	۳۶	$\frac{36}{128} \times 360 = 101\frac{1}{2}$
سایر	۵	$\frac{5}{128} \times 360 = 14\frac{1}{4}$
مجموع	۱۲۸	۳۶۰



۳- جملات زیر را کامل کنید:

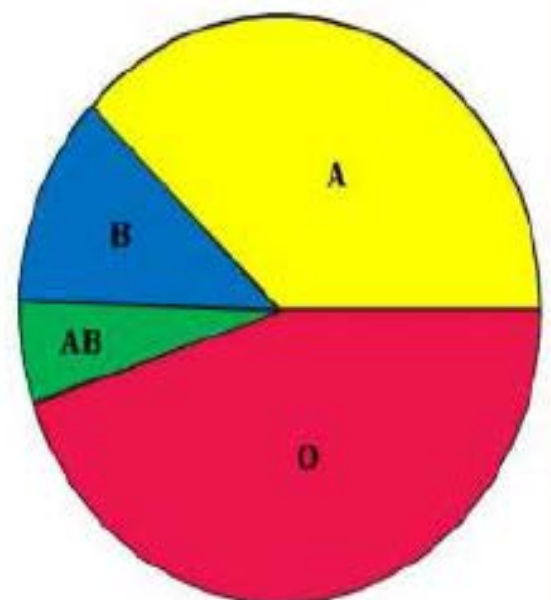
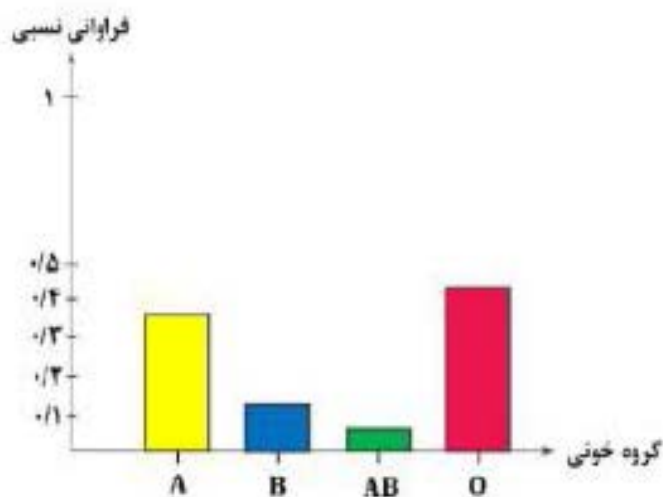
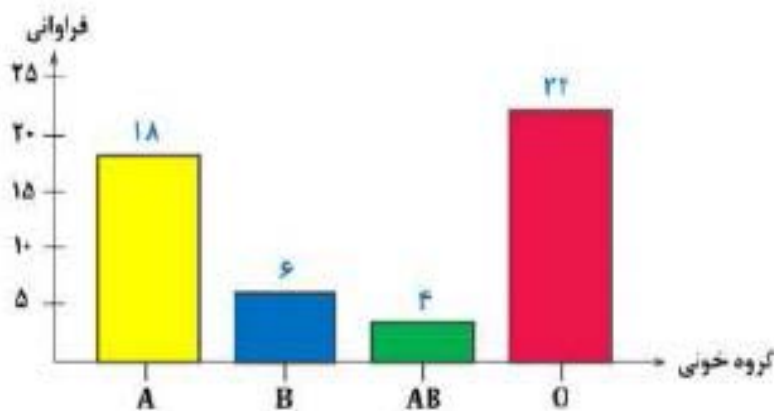
- الف) برای متغیرهای پیوسته از نمودار **بافت‌نگار** استفاده می‌شود.
- ب) برای متغیرهای گسسته از نمودارهای **دایره‌ای** و **میله‌ای** استفاده می‌شود.
- پ) برای متغیرهای کیفی از نمودارهای **دایره‌ای** و **میله‌ای** استفاده می‌شود.

۴- گروه خونی ۵۰ دانش آموز پایه ی یازدهم به صورت زیر گردآوری شده اند :
 الف) جدول فراوانی مربوط به گروه خونی این افراد را رسم کنید.

O	O	A	A	O
B	O	B	A	O
AB	B	A	B	AB
O	O	A	A	O
AB	O	A	B	A
O	A	A	O	A
O	A	O	AB	A
O	B	A	A	O
O	O	O	A	O
O	A	O	A	O

گروه خونی	فراوانی	فراوانی نسبی
A	۱۸	۰/۳۶
B	۶	۰/۱۲
O	۲۲	۰/۴۴
AB	۴	۰/۰۸
مجموع	۵۰	۱

ب) نمودار میله ای مربوط به فراوانی و فراوانی نسبی و همچنین نمودار دایره ای مربوط به این افراد را رسم کنید.



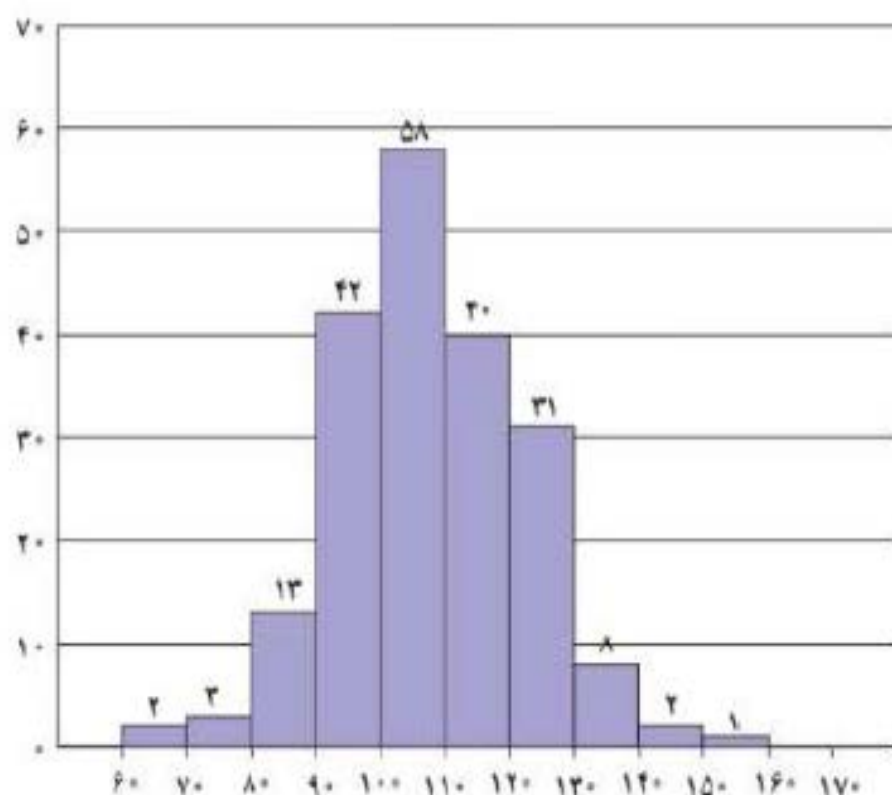
پ) چند درصد افراد، دارای گروه خونی O هستند؟

$$۰/۴۴ \times ۱۰۰ = ۴۴\%$$

۵- اگر فراوانی نسبی مربوط به گروه خونی 0، ۴/۰ باشد و مجموع فراوانی‌های همه‌ی گروه‌های خونی برابر ۲۰ در نظر گرفته شود، فراوانی گروه خونی 0 چه عددی است؟

$$f_0 = 0.4 \Rightarrow \frac{F_0}{20} = 0.4 \Rightarrow F_0 = 8$$

۶- نمودار بافت نگاشت نمرات IQ کودکان یک مهد کودک به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این نمودار، به سؤالات زیر پاسخ دهید.



فراوانی	نمرات IQ
۲	۷۰-۶۰
۳	۸۰-۷۰
۱۳	۹۰-۸۰
۴۲	۱۰۰-۹۰
۵۸	۱۱۰-۱۰۰
۴۰	۱۲۰-۱۱۰
۳۱	۱۳۰-۱۲۰
۸	۱۴۰-۱۳۰
۲	۱۵۰-۱۴۰
۱	۱۶۰-۱۵۰
۲۰۰	مجموع

الف) تعداد کل کودکان که نمره‌ی IQ آنها، مورد بررسی قرار گرفته است، چند نفر است؟

$$2 + 3 + 13 + 42 + 58 + 40 + 31 + 8 + 2 + 1 = 200$$

ب) نمره‌ی IQ در کدام رده بیشترین و در کدام رده کمترین فراوانی را دارد؟

$$100 \leq IQ \leq 110 \text{ بیشترین نمره‌ی IQ}$$

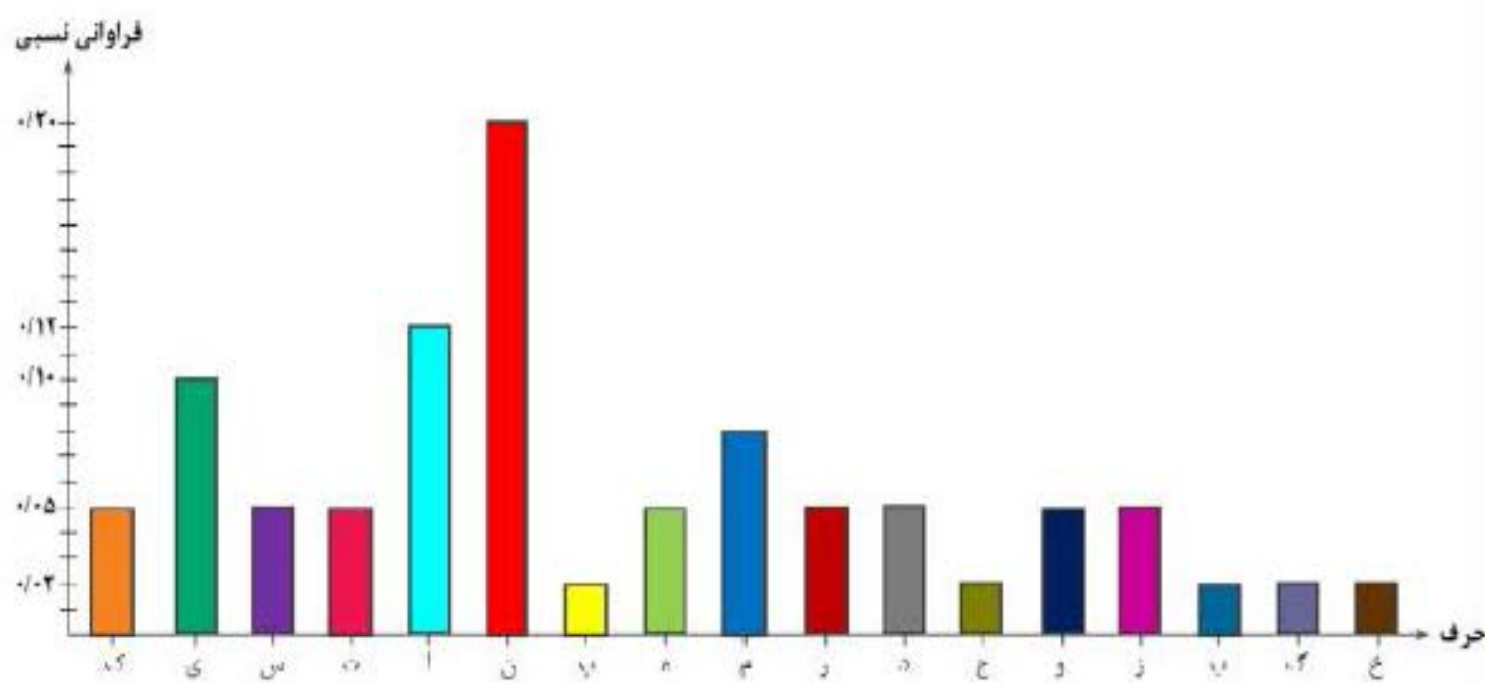
$$150 \leq IQ \leq 160 \text{ کمترین نمره‌ی IQ}$$

پ) چند درصد کودکان دارای نمره IQ بین ۱۴۰ تا ۱۶۰ هستند؟

$$2 + 1 = 3 \Rightarrow \frac{3}{200} \times 100 = 1.5\%$$

۷- جدول فراوانی و نمودارهای مناسب مربوط به تعداد حروف بیت شعر زیر را به دست آورید.
کیست این پنهان مرا در جان و تن کز زبان من همی گوید سخن

حرف	فراوانی	فراوانی نسبی	حرف	فراوانی	فراوانی نسبی
ک	۲	۰/۰۵	م	۳	۰/۰۸
ی	۴	۰/۱۰	ر	۲	۰/۰۵
س	۲	۰/۰۵	د	۲	۰/۰۵
ت	۲	۰/۰۵	ج	۱	۰/۰۲
ا	۵	۰/۱۲	و	۲	۰/۰۵
ن	۸	۰/۲۰	ز	۲	۰/۰۵
پ	۱	۰/۰۲	ب	۱	۰/۰۲
ه	۲	۰/۰۵	گ	۱	۰/۰۲
مجموع	۴۱	۱			



درس دوم : معیارهای گرایش به مرکز

الف) میانگین داده‌ها

فعالیت صفحه ۸۴

در یک باغ، برای تعیین میزان محصولات گردو، چهار نوع درخت گردو وجود دارد که میزان محصولات انواع گردوها بر حسب تعداد به شرح زیر است:

نوع گردو	گردوی نوع اول	گردوی نوع دوم	گردوی نوع سوم	گردوی نوع چهارم
میزان محصول گردو (تعداد)	۵۰۰۰	۲۵۰۰	۳۵۰۰۰	۱۰۰۰

الف) میانگین تعداد گردوی تولید شده برای این چهار نوع درخت چه تعداد است؟

$$\bar{x} = \frac{۵۰۰۰ + ۲۵۰۰ + ۳۵۰۰۰ + ۱۰۰۰}{۴} = ۱۰۸۷۵$$

حال اگر علاوه بر داشتن اطلاعات میزان تولید گردو برای هر نوع درخت گردو، تعداد درخت‌های باغ مطابق جدول زیر مشخص شده باشند :

نوع گردو	گردوی نوع اول	گردوی نوع دوم	گردوی نوع سوم	گردوی نوع چهارم
میزان محصول گردو (تعداد)	۵۰۰۰	۲۵۰۰	۳۵۰۰۰	۱۰۰۰
تعداد درخت‌ها	۱۰	۵	۷	۳

ب) آیا می‌توان میانگین تعداد گردوی تولید شده در قسمت (الف) را در این حالت به عنوان میانگین تولید شده برای این چهار نوع درخت گردو در نظر گرفت؟ **خیر**

پ) میانگین گردوی تولید شده در این حالت، به چه صورت است؟

$$\bar{x} = \frac{(۱۰ \times ۵۰۰۰) + (۵ \times ۲۵۰۰) + (۷ \times ۳۵۰۰۰) + (۳ \times ۱۰۰۰)}{۱۰ + ۵ + ۷ + ۳} = \frac{۳۱۰۵۰۰}{۲۵} = ۱۲۴۲۰$$

دانش آموزی در کنکور سراسری شرکت می کند و نتیجه ی کارنامه ی آزمون آن به شرح زیر است :

مواد امتحانی	ریاضیات	فیزیک	شیمی	زبان انگلیسی	ادبیات و زبان فارسی	دین و زندگی
درصد	۷۱	۶۵	۸۰	۵۲	۹۵	۱۰۰
ضریب درس	۴	۳	۱	۱	۴	۳

الف) متوسط درصد مواد امتحانی این دانش آموز بدون احتساب ضرایب مواد امتحانی چه عددی است؟

$$\bar{x} = \frac{71 + 65 + 80 + 52 + 95 + 100}{6} = \frac{463}{6} = 77.17$$

ب) متوسط درصد مواد امتحانی این دانش آموز با احتساب ضرایب مواد امتحانی را کامل کنید.

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^6 w_i x_i}{\sum_{i=1}^6 w_i} = \frac{(4 \times 71) + (3 \times 65) + (1 \times 80) + (1 \times 52) + (4 \times 95) + (3 \times 100)}{4 + 3 + 1 + 1 + 4 + 3}$$

$$\bar{x}_w = \frac{1291}{16} = 80.69$$

در یک شعبه بانک تراکنش‌های مالی بسیاری در یک روز انجام می‌گردد. یک تراکنش مالی ممکن است انتقال مبلغی از حساب پس‌انداز یک مشتری به حساب جاری مشتری دیگری در یک بانک باشد. این تراکنش را می‌توان به دو عملیات تقسیم کرد: بدهکار کردن حساب پس‌انداز یک مشتری به اندازه‌ی مبلغ موردنظر و طلبکار کردن حساب جاری مشتری دیگر به اندازه‌ی همان مبلغ است.

الف) فرض کنید تراکنش‌های مالی در بازه‌ی زمانی ۸ تا ۹ صبح یک شعبه‌ی بانک (به میلیون تومان) به شرح زیر گردآوری شود. میانه، چارک اول و سوم مربوط به تراکنش‌های مالی بر اساس داده‌های جمع‌آوری شده را مشخص کنید.

۱۰ ۸/۷ ۱۰ ۱۲ ۲۵

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۸/۷ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۲ و ۲۵

چون تعداد آنها فرد است، عدد وسط میانه می‌باشد. $Q_2 = 10$

چارک اول $Q_1 = 10$ چارک سوم $Q_3 = 12$

ب) حال فرض کنید تراکنش‌های مالی دیگری در بازه‌ی زمانی ۹ تا ۱۰ صبح در همان شعبه بانک (به میلیون تومان) به شرح زیر گردآوری شود. در این حالت نیز میانه، چارک اول و سوم مربوط به تراکنش‌های مالی بر اساس داده‌های جمع‌آوری شده را مشخص کنید.

۷۰ ۳۰ ۸۱/۷ ۲۰ ۲۲ ۲۴

همانند حالت قبل ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۸۱/۷ و ۷۰ و ۳۴ و ۳۲ و ۳۰ و ۲۰

چون تعداد داده‌ها زوج است، میانه از میانگین دو عدد وسط به دست می‌آید:

$$Q_2 = \frac{32 + 34}{2} = 33$$

چارک اول $Q_1 = 30$ چارک سوم $Q_3 = 70$

به تصاویر روبه‌رو توجه کنید. در شکل (الف)، (ب) و (پ) یک سری از حالت‌های صورتک را مشاهده می‌کنید. تعداد این حالت‌ها را در شکل (الف)، (ب) و (پ) در جدول زیر کامل کنید.



شماره صورتک‌ها	انواع صورتک‌ها	شکل الف	شکل ب	شکل پ
۱		۴	۲	۴
۲		۱	۲	۱
۲		۱	۲	۲
۴		۲	۲	۲
۵		۲	۲	۴
۶		۱	۲	۱

- در شکل الف کدام صورتک بیشتر از همه تکرار شده است؟ صورتک ۱
- در شکل ب کدام صورتک بیشتر از همه تکرار شده است؟ همه‌ی صورتک‌ها به یک اندازه تکرار شده‌اند.
- در شکل پ کدام صورتک بیشتر از همه تکرار شده است؟ صورتک‌های ۱ و ۵

کار در کلاس صفحه ۸۸

در مسابقه‌ی پرتاب دارت، سه نفر شرکت کرده‌اند. براساس ۱۰ پرتابی که آنها انجام داده‌اند، امتیازهای زیر به دست آمده است:

- مد نفر اول چه عددی است؟ ۹ و ۱۰
- مد نفر دوم چه عددی است؟ مد ندارد.
- مد نفر سوم چه عددی است؟ ۹

نفر اول	۱۰	۹	۱۰	۷	۵	۹	۱۰	۹	۸
نفر دوم	۱۰	۹	۸	۶	۱	۲	۳	۵	۴
نفر سوم	۹	۹	۹	۷	۱۰	۱۰	۹	۵	۴

کار در کلاس صفحه ۸۹

دو کارخانه‌ی تولید لامپ را در نظر بگیرید. کارخانه‌ی (الف) لامپ‌های کم‌مصرف و کارخانه‌ی (ب)، لامپ‌های پرمصرف تولید می‌کند. مدیر این دو کارخانه می‌خواهد در مورد طول عمر لامپ‌های تولیدی کارخانه‌هایشان تحقیق انجام بدهد.

براساس داده‌های سال‌های گذشته در کارخانه‌ی (الف) و (ب)، طول عمر پنج لامپ بر حسب ماه ثبت شده است و نتایج را به صورت زیر جمع‌آوری می‌نماید.

لامپ انتخاب شده	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم
طول عمر لامپ تولید شده در کارخانه‌ی (الف)	۱۷	۱۵	۱۴	۱۵	۱۶
طول عمر لامپ تولید شده در کارخانه‌ی (ب)	۰	۱۵	۰	۱۶	۱۳

- آیا میانگین طول عمر لامپ‌های تولید شده در کارخانه‌ی (الف)، معیار گرایش به مرکز خوبی برای طول عمر لامپ‌های تولید شده کارخانه‌ی (الف) است؟ **بله**
- به دلیل وجود لامپ‌های تولید شده با طول عمر صفر در کارخانه‌ی (ب) آیا باز هم میانگین طول عمر لامپ‌های تولید شده در کارخانه‌ی (ب)، معیار گرایش به مرکز خوبی برای طول عمر لامپ‌های تولید شده است؟ چه معیار گرایش به مرکزی مناسب است؟ **خیر، میانه**
- مدیر کارخانه براساس فروش گذشته، متوجه شده است که لامپ‌های کم‌مصرف با نور سفید در منازل مردم رایج شده است. اگر او بخواهد برای امسال لامپ‌های کم‌مصرف تولید کند، کدام معیار گرایش به مرکز، برای تعداد این لامپ‌های تولیدی به او کمک می‌کند؟ **خیر، مد**

۱- تعداد حمله‌های یک تیم فوتبال در شش مسابقه گذشته به صورت ۴۳، ۴۲، ۴۵، ۴۴، ۴۵، ۴۸ است. میانگین تعداد حملات این تیم در شش بازی گذشته را به دست آورید.

$$\bar{x} = \frac{48 + 45 + 44 + 45 + 42 + 43}{6} = \frac{367}{6} = 44\frac{5}{6}$$

۲- بالاترین دما در هر یک از روزهای هفته گذشته اندازه گیری شده و نتایج زیر به دست آمده است. معدل یا میانگین دما در هفته‌ی گذشته چه عددی است؟

۵۵، ۲۷، ۲۹، ۳۲، ۲۸، ۳۱، ۲۹

$$\bar{x} = \frac{55 + 27 + 29 + 32 + 28 + 31 + 29}{7} = \frac{231}{7} = 33$$

۳- میانه و مد هر یک از داده‌های زیر را به دست آورید.

الف) ۸، ۹، ۹، ۹، ۹

$$\hat{x} = 9 \quad \text{و} \quad \bar{x} = 9$$

ب) ۶۰، ۵۰، ۴۰، ۲۴، ۳۰۰

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۲۴، ۴۰، ۵۰، ۶۰، ۳۰۰

$$\bar{x} = 50 \quad \text{و} \quad \text{میانه ندارد}$$

پ) ۱۵، ۸، ۲، ۱۰

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۳، ۸، ۱۰، ۱۵

$$\bar{x} = 9 \quad \text{و} \quad \text{میانه ندارد}$$

ت) ۵، ۱۲، ۹، ۶، ۴

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۴، ۵، ۶، ۹، ۱۲

$$\bar{x} = 6 \quad \text{و} \quad \text{میانه ندارد}$$

ث) ۲۳، ۱۲، ۱۲، ۲۳

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۱۲، ۱۲، ۲۳، ۲۳

$$\bar{x} = 17/5 \quad \text{و} \quad \text{میانه ندارد}$$

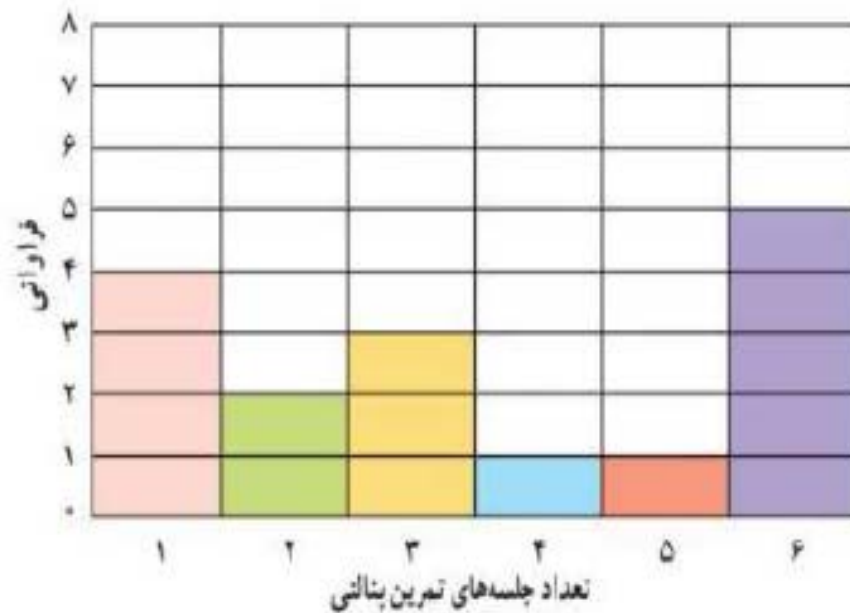
ج) ۷، ۱۳، ۴، ۷

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۴، ۷، ۷، ۱۳

$$\hat{x} = 7 \quad , \quad \tilde{x} = 7$$

۴- نمودار زیر، نمودار میله‌ای مربوط به تعداد ضربات پناستی گل شده یک بازیکن در شش جلسه‌ی تمرین پناستی است. با توجه به نمودار، میانگین، میانه و مد تعداد ضربات گل شده را به دست آورید.



تعداد ضربات گل شده	شماره جلسه
۴	۱
۲	۲
۳	۳
۱	۴
۱	۵
۵	۶
۱۶	مجموع

$$\bar{x} = \frac{16}{6} = 2\frac{2}{3} \quad \text{و} \quad \hat{x} = 1$$

$$1, 1, 2, 3, 4, 5 \Rightarrow Q_2 = \frac{2+3}{2} = 2\frac{1}{2}$$

۵- در جدول زیر، نمرات درس ریاضی ۱۰ دانش‌آموز گردآوری شده و میانگین نمرات داده شده است. علامت‌های سؤال چه اعدادی اند؟

۱۷/۵	۱۹	۱۷	۱۶	۲۰	نمرات درس ریاضی
۱۶	۱۵	۱۸	؟	۱۸	

میانگین نمرات = ۱۵/۶۵

مد نمرات = ؟

$$\bar{x} = 15/65 \Rightarrow \frac{17/5 + 19 + 17 + 16 + 20 + 16 + 15 + 18 + a + 18}{10} = 15/65$$

$$\frac{a + 106/5}{10} = 15/65 \Rightarrow a + 156/5 = 106/5 \Rightarrow a = 0$$

$$\hat{x} = 18 \text{ و } 16$$

۶- داده‌های زیر مدت زمان مطالعه‌ی یک دانش‌آموز را در روزهای هفته نشان می‌دهد.

روزهای هفته	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه
مدت زمان مطالعه (ساعت)	۲	۱/۵	۲/۵	۱/۵	۲	۳	۳

این دانش‌آموز به طور میانگین چند ساعت در روز، در هفته‌ی گذشته مطالعه کرده است؟

$$\bar{x} = \frac{۲ + ۱/۵ + ۲/۵ + ۱/۵ + ۲ + ۳ + ۳}{۷} = \frac{۱۵/۵}{۷} = ۲/۲۱$$

۷- یک شرکت بیمه برای تعیین حق بیمه شخص ثالث در سال آینده، نمونه‌ای از خسارت‌های پرداخت شده امسال را جمع‌آوری نموده است. میانگین خسارت‌های پرداخت شده برابر ۸۵ میلیون ریال به‌دست آمده است در صورتی که میانه و مد آن برای این خسارت‌های پرداخت شده برابر ۴۲/۲ میلیون ریال و عدد ۹ میلیون ریال می‌باشد. به نظر شما مدیر شرکت، کدام معیار گرایش به مرکز را به منظور تعیین حق بیمه در سال آینده در نظر بگیرد تا اینکه این شرکت ضرر نکند؟ میانگین معیار بهتری است تا شرکت ضرر نکند.

۸- دانش‌آموزی در کنکور سراسری شرکت می‌کند و نتیجه‌ی کارنامه آزمون آن به شرح زیر است :

مواد امتحانی	ریاضیات	فیزیک	شیمی	زبان انگلیسی	ادبیات و زبان فارسی	دین و زندگی
درصد	۵۳	۴	۶۷	۳۴	۸۰	۶۷
ضریب درس	۴	۳	۱	۱	۴	۳

اگر معدل موزون درصد این دانش‌آموز ۶۲ باشد، درس فیزیک را چند درصد زده است؟

$$\bar{x} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i} = \frac{(۴ \times ۵۳) + (۳ \times x) + (۱ \times ۶۷) + (۱ \times ۳۴) + (۴ \times ۸۰) + (۳ \times ۶۷)}{۴ + ۳ + ۱ + ۱ + ۴ + ۳}$$

$$۶۲ = \frac{۸۳۴ + ۳x}{۱۶} \Rightarrow ۸۳۴ + ۳x = ۱۰۰۸ \Rightarrow ۳x = ۱۷۴ \Rightarrow x = ۵۸$$

۹- میانگین ۵ داده‌ی آماری ۱۷ است، اگر دو عدد ۱۷ و ۱۱ را به داده‌های قبلی اضافه کنیم، میانگین جدید چه عددی خواهد شد؟

ابتدا مجموع داده‌های قبلی را به‌دست می‌آوریم سپس دو داده جدید را به آن اضافه می‌کنیم :

$$۵ \times ۱۷ = ۸۵ \Rightarrow ۸۵ + ۱۷ + ۱۱ = ۱۱۳$$

چون دو عدد ۱۷ و ۱۱ به داده‌های قبلی اضافه شده پس تعداد داده‌ها، ۷ می‌شود. بنابراین :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{۱۱۳}{۷} = ۱۶/۱۴$$

۱۰- دو دانش آموز، جدول های چهار خانه ای را به صورت روبه رو رنگ آمیزی کرده اند، براساس جدول مربوط به طیف رنگ ها، جدول عددی این دو شکل به صورت روبه رو نشان داده شده است :



$$\begin{pmatrix} 470 & 580 \\ 690 & 690 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 470 & 470 \\ 580 & 690 \end{pmatrix}$$

حال جدول عددی مربوط به این دو شکل را ابتدا با هم جمع و سپس هریک از اعضای جدول عددی را به عدد ۲ تقسیم می کنیم جدول عددی حاصل را به دست آورده و شکل مورد نظر را با توجه به جدول طیف رنگ ها، به دست آورید. آیا این شکل میانگین دو شکل بالا است؟

برای پاسخ به این سؤال، کاربرد علم آمار در علوم شناختی و مغز را مطالعه کنید. عدد مربوط به طیف رنگ ها در جدول موجود در حاشیه نشان داده شده است.

رنگ ها	طیف رنگ ها
	۲۹۵ تا ۲۵۰
	۵۷۰ تا ۴۹۵
	۵۹۰ تا ۵۷۰
	۶۲۰ تا ۵۷۰
	۷۵۰ تا ۶۲۰

$$\left(\frac{470 + 470}{2} \quad \frac{580 + 470}{2} \right) = \begin{pmatrix} 470 & 525 \\ 635 & 690 \end{pmatrix}$$



درس سوم : معیارهای پراکندگی

۱- انحراف معیار و واریانس داده‌ها

فعالیت صفحه ۹۳

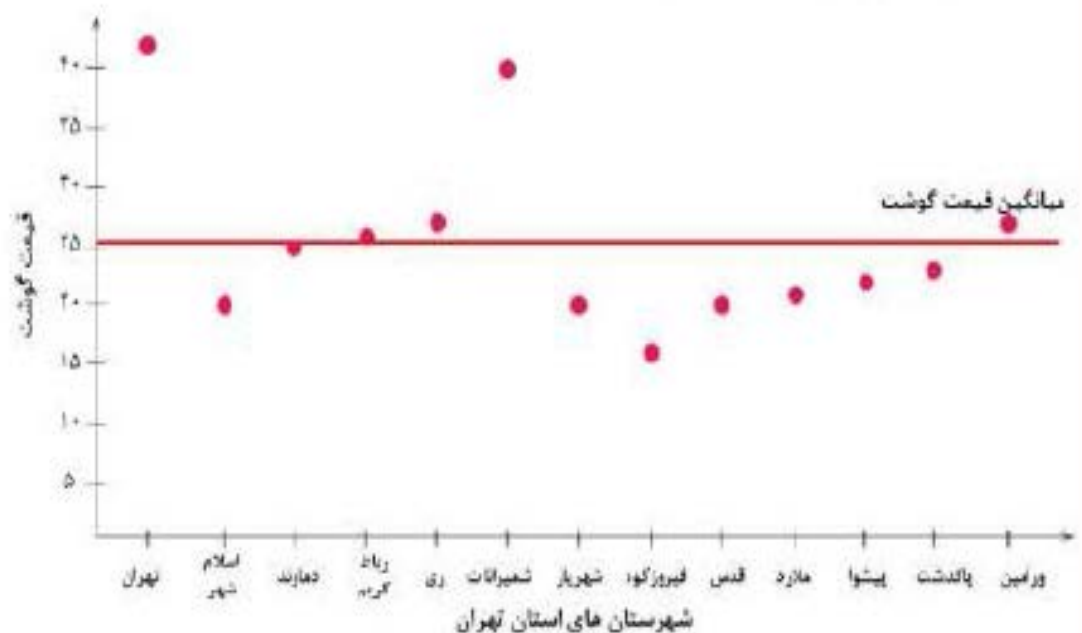
شهرستان	قیمت
تهران	گوشت قرمز (هزار تومان)
تهران	۴۲
اسلام شهر	۲۰
دماوند	۲۵
رباط کریم	۲۶
ری	۲۷
شمیرانات	۲۰
شهریار	۲۰
فیروزکوه	۱۶
قدس	۲۰
ملارد	۲۱
پیشوا	۲۲
پاکدشت	۲۳
ورامین	۲۶

در اقتصاد هر کشوری شاخصی تحت عنوان نرخ تورم، نقش بسیار مهمی را ایفا می‌کند. یکی از اقلام مصرفی مورد نیاز در محاسبه‌ی نرخ تورم در یک کشور، قیمت گوشت قرمز است. در جدول روبه‌رو قیمت گوشت قرمز در سال ۱۳۹۵ در شهرستان های استان تهران گردآوری شده است.

- میانگین قیمت گوشت قرمز در شهرستان های استان تهران را به دست آورید.

$$\bar{x} = \frac{328}{13} = 25/23 \Rightarrow \bar{x} = 25/23$$

- در نمودار زیر، میانگین گوشت قرمز در شهرستان های استان تهران را با کشیدن نقطه روی نمودار مشخص کنید.



۱- چند نقطه بالای خط قرمز، چند نقطه پایین خط قرمز و چند نقطه روی خط قرمز قرار دارند؟

۵ نقطه بالای خط قرمز، ۸ نقطه پایین خط قرمز و هیچ نقطه‌ای روی خط قرمز قرار ندارد.

۲- هرچقدر نقاط یا همان قیمت گوشت قرمز در هر یک از شهرستان های استان تهران حول خط قرمز یا همان

میانگین قیمت گوشت قرمز نزدیک‌تر باشند، نشان‌دهنده‌ی چیست؟ هرچقدر دورتر باشند چطور؟

هرچقدر نزدیکتر باشد، پراکندگی قیمت‌ها کمتر است و هرچقدر دورتر باشد پراکندگی قیمت‌ها بیشتر است.

۳- معیاری برای اندازه‌گیری پراکندگی قیمت گوشت قرمز یا همان نقاط حول خط قرمز می‌توانید معرفی کنید؟

انحراف معیار

انحراف معیار و واریانس مربوط به داده‌های قیمت گوشت قرمز در شهرستان‌های تهران را می‌توانید با تکمیل جدول روبه‌رو محاسبه کنید.

قیمت گوشت قرمز	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
۴۲	$42 - 25 = 17$	۲۸۹
۲۰	$20 - 25 = -5$	۲۵
۲۵	$25 - 25 = 0$	۰
۲۶	$26 - 25 = 1$	۱
۲۷	$27 - 25 = 2$	۴
۴۰	$40 - 25 = 15$	۲۲۵
۲۰	$20 - 25 = -5$	۲۵
۱۶	$16 - 25 = -9$	۸۱
۲۰	$20 - 25 = -5$	۲۵
۲۱	$21 - 25 = -4$	۱۶
۲۲	$22 - 25 = -3$	۹
۲۳	$23 - 25 = -2$	۴
۲۶	$26 - 25 = 1$	۱
σ	۷/۳۶	
σ^2	۵۴/۲۳	

۲- ضریب تغییرات داده‌ها

فعالیت صفحه ۹۶

یکی از شاخص‌های کیفیت در لاستیک‌های تولید شده اتومبیل توسط یک کارخانه، طول عمر آن لاستیک‌هاست. هر چقدر متوسط طول عمر لاستیک‌های تولیدی بیشتر و انحراف معیار طول عمر لاستیک‌ها کمتر باشد، به این معناست که لاستیک‌ها کیفیت بالایی از نظر طول عمر دارند.

حال با توجه به مطالب گفته شده به بررسی کیفیت لاستیک‌های تولیدی از نظر طول عمر دو کارخانه‌ی (الف) و (ب) می‌پردازیم.

براساس داده‌های به دست آمده میانگین طول عمر لاستیک‌ها در دو کارخانه و انحراف معیار آنها به شرح جدول زیر است :

کارخانه	میانگین	انحراف معیار
کارخانه‌ی الف	۵۴۰۰۰ کیلومتر	۵۰ کیلومتر
کارخانه‌ی ب	۶۵۰۰۰ کیلومتر	۱۰۰ کیلومتر

- شما ترجیح می‌دهید از کدام کارخانه لاستیک بخرید؟ **کارخانه الف**
- آیا می‌توان براساس میانگین و انحراف معیار و نمونه‌های در نظر گرفته شده قضاوت کرد؟ **خیر**

کار در کلاس صفحه ۹۷

(الف) با کامل کردن جدول زیر، ضریب تغییرات مربوط به طول عمر دو کارخانه را محاسبه کنید.

کارخانه	میانگین	انحراف معیار	ضریب تغییرات
کارخانه‌ی الف	۵۴۰۰۰ کیلومتر	۵۰ کیلومتر	$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{50}{54000} = 0/0009$
کارخانه‌ی ب	۶۵۰۰۰ کیلومتر	۱۰۰ کیلومتر	$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{100}{65000} = 0/0015$

محصولات کدام کارخانه را انتخاب می‌کنید؟ **محصولات کارخانه‌ی الف**

ب) حال با تغییر واحد اندازه‌گیری در جدول قبلی و میانگین و انحراف معیار طول عمر لاستیک‌ها در دو کارخانه‌ی (الف) و (ب) به صورت زیر گزارش داده شده است.

کارخانه	میانگین	انحراف معیار	ضریب تغییرات
کارخانه‌ی الف	۵۴۰۰۰۰۰ متر	۵۰۰۰۰ متر	$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{50000}{5400000} = 0.009$
کارخانه‌ی ب	۶۵۰۰۰ کیلومتر	۱۰۰ کیلومتر	$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{100}{65000} = 0.0015$

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید میانگین و انحراف معیار لاستیک‌ها برای کارخانه‌ی (الف) برحسب واحد اندازه‌گیری متر و برای کارخانه‌ی (ب) برحسب کیلومتر است. در این حالت نیز ضریب تغییرات را در جدول محاسبه کنید. آیا ضریب تغییرات به واحد اندازه‌گیری وابسته است؟ **خیر، وابسته نیست.**

فعالیت صفحه ۹۷

میزان بارش برف سالانه در دو پیست اسکی (الف) و (ب) برای هفت سال اندازه‌گیری و نتایج، در جدول زیر گردآوری شده است:

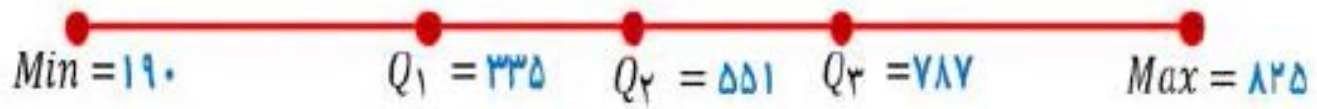
سال	۱۳۹۴	۱۳۹۳	۱۳۹۳	۱۳۹۱	۱۳۹۰	۱۳۸۹	۱۳۸۸
میزان بارش برف در پیست اسکی الف	۸۲۵	۷۲۸	۴۷۲	۷۸۷	۳۳۵	۱۹۰	۵۵۱
میزان بارش برف در پیست اسکی ب	۵۶۶	۵۸۱	۹۳	۱۰۱۶	۵۲۵	۰	۲۷۱

برای رسم نمودار آماری، مراحل زیر را انجام دهید.

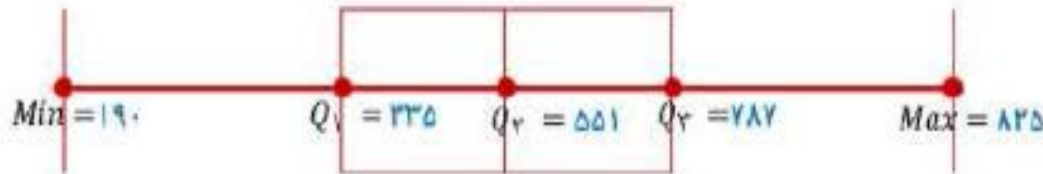
الف) جدول زیر را کامل کنید.

سال	بیشترین مقدار میزان بارش برف Max	چارک سوم میزان بارش برف Q _۳	میانه میزان بارش برف Q _۲	چارک اول میزان بارش برف Q _۱	کمترین مقدار میزان بارش برف Min
پیست اسکی الف	۸۲۵	۷۸۷	۵۵۱	۳۳۵	۱۹۰

ب) حال مقادیر جدول را روی یک محور نمایش می‌دهیم.

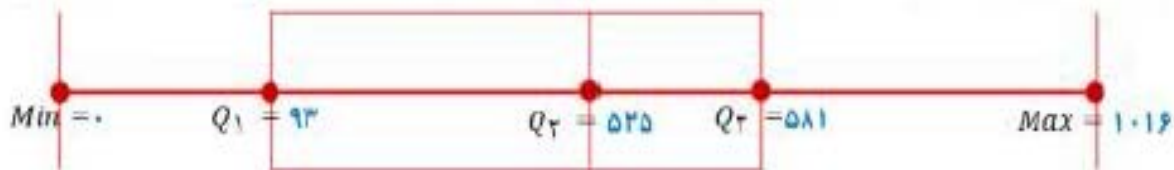


پ) برای مشخص کردن حدود دامنه‌ی میان چارکی (IQR) یک جعبه به عرض دلخواه رسم می‌کنیم. سپس با استفاده از یک خط، میانه را در جعبه مشخص می‌کنیم و در انتها، از دو طرف جعبه به کمترین و بیشترین مقدار داده‌ها دو خط رسم می‌کنیم.



کار در کلاس صفحه ۹۸

- نمودار جعبه‌ای مربوط به پیست (ب) را رسم کنید. و سپس با نمودار جعبه‌ای پیست (الف) مقایسه کنید.
- اگر داده دورافتاده‌ای در داده‌ها باشد، نمودار جعبه‌ای چه تغییری می‌کند؟
- وقتی پراکندگی زیاد می‌گردد نمودار کشیده‌تر می‌شود بنابراین در نمودار ب پراکندگی داده‌ها زیاده‌تر می‌شود.



۱- فرض کنید سن افرادی که در یک روز سوار اتوبوس شده‌اند به صورت زیر است:

۳۲ . ۵۹ . ۲۶ . ۵۳ . ۷۴ . ۱۷ . ۴۵ . ۲۳ . ۶۴ . ۵۰ . ۶۱

انحراف معیار، واریانس و ضریب تغییرات سن افراد را به دست آورید.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{504}{11} = 45.81 = 46$$

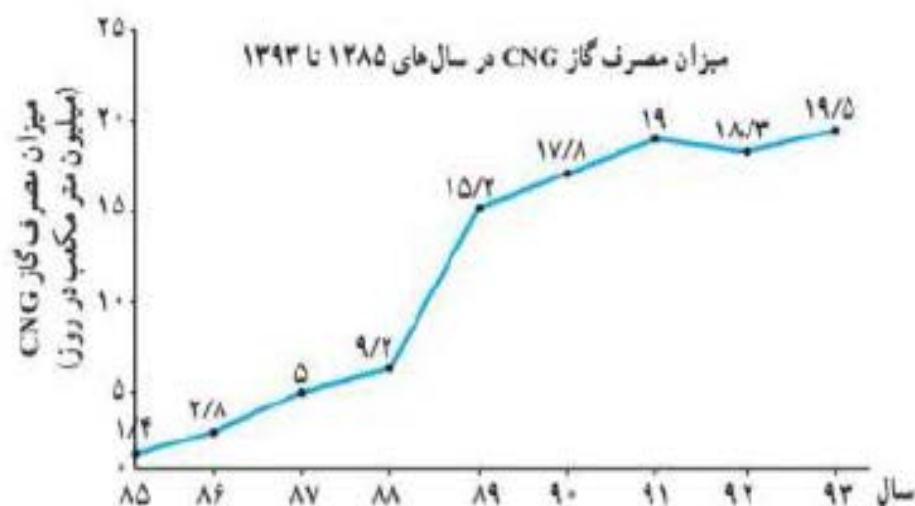
x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
۳۲	-۱۴	۱۹۶
۵۹	۱۳	۱۶۹
۲۶	-۲۰	۴۰۰
۵۳	۷	۴۹
۷۴	۲۸	۷۸۴
۱۷	-۲۹	۸۴۱
۴۵	-۱	۱
۲۳	-۲۳	۵۲۹
۶۴	۱۸	۳۲۴
۵۰	۴	۱۶
۶۱	۱۵	۲۲۵

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{3534}{11} = 321.27$$

$$\sigma = \sqrt{321.27} = 18.09$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{18.09}{46} = 0.39$$

۲- نمودار روبه‌رو میزان مصرف گاز CNG را از سال ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۳ نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار انحراف معیار، واریانس و ضریب تغییرات میزان مصرف گاز CNG از سال ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۳ را به دست آورید.



$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{108/2}{9} = 12/0.2 \approx 12$$

سال	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
۸۵	۱/۴	-۱۰/۶	۱۱۲/۳۶
۸۶	۲/۸	-۹/۲	۸۴/۶۴
۸۷	۵	-۷	۴۹
۸۸	۹/۲	-۲/۸	۷/۸۴
۸۹	۱۵/۲	۳/۲	۱۰/۲۴
۹۰	۱۷/۸	۵/۸	۳۲/۶۴
۹۱	۱۹	۷	۴۹
۹۲	۱۸/۳	۶/۳	۳۹/۶۹
۹۳	۱۹/۵	۷/۵	۵۶/۲۵
مجموع	۱۰۸/۲	—	۴۴۲/۶۶

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{442/66}{9} = 49/18$$

$$\sigma = \sqrt{49/18} = 7/0.1$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{7/0.1}{12} = 0.58$$

۳- انحراف معیار، واریانس و ضریب تغییرات را برای هریک از اعداد جدول زیر به دست آورید.

اعداد	انحراف معیار	واریانس	ضریب تغییرات
۱۰۰، ۱۲، ۸، ۱۶، ۱۰، ۴، ۷	۳۱/۸۶	۱۰۱۵/۳	۱/۴۲
۳، ۲، ۱، ۰، ۰، ۰، -۳، -۲، -۱	۱/۸۷	۳/۵	تعریف نشده
۱۰/۱۱، ۱۱/۳۶، ۱۰/۱۱ ۹/۸۸، ۹/۴۲، ۹/۷۶، ۹/۶۲	۰/۱۷	۰/۰۲۹	۰/۰۱۷
۲، ۳۰۰۰، ۲۵۰۰، ۲۰۰۰	۱۱۳۷/۹۸	۱۲۹۵۰۰۰/۷۵	۰/۶

۴- اعداد دلخواه را در جدول زیر بنویسید و انحراف معیار، واریانس و ضریب تغییرات را برای هریک از اعداد به دست آورید.

اعداد	انحراف معیار	واریانس	ضریب تغییرات
۲، ۴، ۶، ۸	۲	۴	$\frac{2}{5} = 0/4$
۲، ۳، ۵، ۶، ۴	$\sqrt{4/5}$	۴/۵	$\frac{\sqrt{4/5}}{4} = 0/53$
۷، ۷، ۷، ۷، ۷	.	.	.
۵، ۶، ۷، ۸، ۹	۱/۱۹	$\frac{10}{7} = 1/42$	$\frac{1/19}{7} = 0/17$

۵- اگر ضریب تغییرات ۱۰ داده ۲ باشد و میانگین آن ۴، واریانس داده‌ها را به دست آورید.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 2 = \frac{\sigma}{4} \Rightarrow \sigma = 8 \Rightarrow \sigma^2 = 64$$

۶- اگر n داده را c برابر کنیم ضریب تغییرات داده‌ها چند برابر می‌شود؟

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{\sum cx_i}{n} = c \frac{\sum x_i}{n} = c\bar{x}$$

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n} = \frac{\sum (cx_i - c\bar{x})^2}{n} = \frac{\sum c^2 (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{c^2 \sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = c^2 \sigma_x^2 \Rightarrow \sigma_y = |c| \sigma_x$$

$$CV_y = \frac{\sigma_y}{\bar{y}} = \frac{|c| \sigma_x}{c\bar{x}} = \pm \frac{\sigma_x}{\bar{x}}$$

$$CV_y = \pm CV_x$$

۷- فرض کنید ۲۲ بوته گل قرمز را انتخاب و تعداد گل‌های هر بوته را شمرده‌ایم و نتایج زیر به دست آمده است :

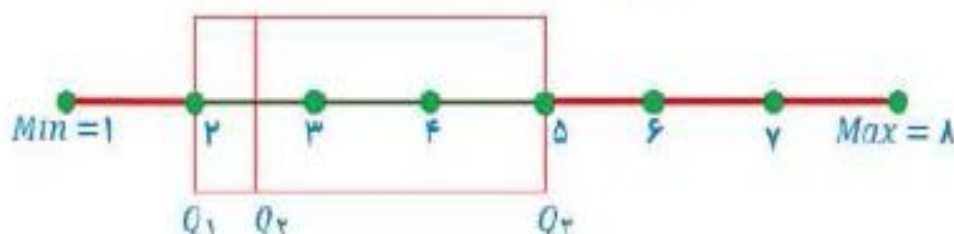
۷، ۴، ۳، ۸، ۶، ۴، ۱، ۷، ۴، ۲، ۱، ۱، ۱، ۳، ۲، ۲، ۲، ۲، ۵، ۵، ۱، ۲

نمودار جعبه‌ای را برای این داده‌ها رسم کنید.

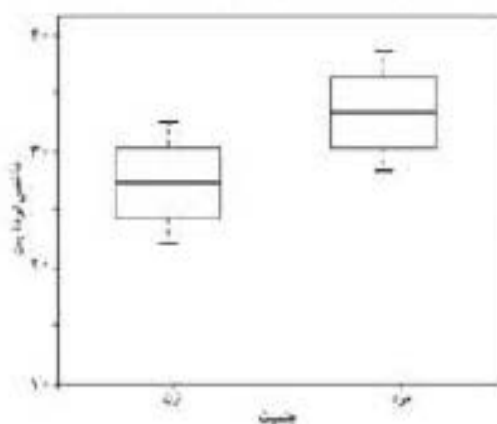
ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم :

۱، ۱، ۱، ۱، ۱، ۲، ۲، ۲، ۲، ۲، ۲، ۳، ۳، ۴، ۴، ۴، ۵، ۵، ۶، ۷، ۷، ۸

$$min = 1 \quad \text{و} \quad max = 8 \quad \text{و} \quad Q_1 = 2 \quad \text{و} \quad Q_2 = \frac{2+3}{2} = 2.5 \quad \text{و} \quad Q_3 = 5$$



۸- نمودار جعبه‌ای مربوط به شاخص توده‌ی بدن (BMI) به تفکیک جنسیت رسم شده است. این نمودار را تفسیر کنید و به سؤالات زیر پاسخ دهید.



الف) میانگین شاخص توده بدن در خانم‌ها بیشتر است یا آقایان ؟

میانگین شاخص توده‌ی بدنی در آقایان بیشتر است.

ب) میزان پراکندگی شاخص توده بدن در خانم‌ها بیش‌تر است یا آقایان ؟

توده‌ی پراکندگی یکسان است.

۹- داده‌های زیر مربوط به نرخ بیکاری یک کشور در ده سال گذشته است :

سال	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم	هفتم	هشتم	نهم	دهم
نرخ بیکاری	۱۱/۵	۱۱/۳	۱۰/۵	۱۰/۴	۱۱/۹	۱۳/۵	۱۲/۳	۱۲/۲	۱۰/۴	۳۰/۱

نمودار جعبه‌ای این داده‌ها را رسم کنید.

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم :

۱۰/۲، ۱۰/۴، ۱۰/۵، ۱۱/۳، ۱۱/۵، ۱۱/۹، ۱۲/۲، ۱۳/۵، ۳۰/۱

$$min = 10/2 \quad \text{و} \quad max = 30/1 \quad \text{و} \quad Q_1 = 10/5 \quad \text{و} \quad Q_2 = \frac{11/5 + 11/9}{2} = 11/7 \quad \text{و} \quad Q_3 = 13/3$$

